

Aprendizaje basado en proyectos en STEAM: implementación interdisciplinaria aplicada al oscilador armónico simple

Project-based learning in STEAM: interdisciplinary implementation applied to the simple harmonic oscillator

Jesús López Hernández^{1a}  , Elizabeth Galindo Linares^{1b}

¹Universidad Autónoma de Sinaloa, {^aFacultad de Ciencias de la Tierra y el Espacio, ^bRegión Centro}, Culiacán Rosales, Sinaloa, México

RESUMEN

El presente trabajo tiene como finalidad explorar el comportamiento del oscilador armónico simple en dos dimensiones y la formación de figuras de Lissajous mediante la técnica metodológica de Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), que desarrolla habilidades en la resolución de problemas, reforzando el aprendizaje de los conceptos usados en la física y motivando a los estudiantes a ser proactivos. Utilizando herramientas de experimentación, estudiantes universitarios de Sinaloa, México, diseñaron y construyeron armonógrafos, que son dispositivos mecánicos que trazan curvas complejas en función de oscilaciones perpendiculares acopladas. Estas figuras, conocidas como de Lissajous, son fundamentales en la visualización de fenómenos de resonancia y oscilaciones en mecánica. Este proyecto reforzó conceptos de mecánica newtoniana, fomentó habilidades prácticas y analíticas en los estudiantes y promovió la interdisciplinariedad al integrar el conocimiento de distintas áreas, lo que permitió guiarlos por el modelo STEAM (del inglés ciencia, tecnología, ingeniería, arte y matemáticas). Con la experimentación práctica, los estudiantes entendieron de manera más profunda los principios de superposición y la interacción de movimientos armónicos, viviendo una experiencia de aprendizaje integral y aplicada. La técnica ABP permitió enfocarse en el producto final, es decir, en las figuras, mientras que STEAM destacó el proceso de realización del trabajo con la integración de conocimientos de diversas disciplinas.

PALABRAS CLAVE: experimentos; oscilador armónico simple; Lissajous; ABP; STEAM.

ABSTRACT

The purpose of this work is to explore the behavior of the simple harmonic oscillator in two dimensions and the formation of Lissajous figures using the methodological technique of Project-Based Learning (PBL), which develops skills in problem solving, reinforcing the learning of the concepts used in physics and motivating students to be proactive. Using experimental tools, university students from Sinaloa, Mexico, designed and built harmonographs, which are mechanical devices that trace complex curves based on coupled perpendicular oscillations. These figures, known as Lissajous figures, are essential in the visualization of resonance and oscillation phenomena in mechanics. This project reinforced concepts of Newtonian mechanics, fostered practical and analytical skills in students, and promoted interdisciplinarity by integrating knowledge from different areas, which allowed them to be guided by the STEAM model (science, technology, engineering, art, and mathematics). Through hands-on experimentation, students gained a deeper understanding of the principles of superposition and the interaction of harmonic movements, living a comprehensive and applied learning experience. The PBL technique allowed them to focus on the final product, that is, on the figures, while STEAM highlighted the process of carrying out the work with the integration of knowledge from various disciplines.

KEYWORDS: experiments, simple harmonic oscillator, Lissajous, PBL; STEAM.

Correspondencia:

DESTINATARIO: Jesús López Hernández

INSTITUCIÓN: Universidad Autónoma de Sinaloa / Facultad de Ciencias de la Tierra y el Espacio

DIRECCIÓN: Calle Universitarios Oriente s/n, Ciudad Universitaria, Universitaria, C. P. 80040, Culiacán Rosales, Sinaloa, México

CORREO ELECTRÓNICO: jesus.lopezh@uas.edu.mx

Fecha de recepción: 31 de julio de 2024. **Fecha de aceptación:** 16 de diciembre de 2024. **Fecha de publicación:** 31 de diciembre de 2024.



I. INTRODUCCIÓN

Educación en o usar el modelo STEAM (de las siglas en inglés de ciencia, tecnología, ingeniería, artes y matemáticas) implica la integración de la interdisciplinariedad y la transdisciplinariedad, de acuerdo con [1], [2], [3]. El modelo educativo interdisciplinario STEAM, permite afrontar problemas y retos complejos. La integración de las cinco áreas que componen al trabajo interdisciplinario promueve el desarrollo de las habilidades: técnicas, creativas y analíticas. Esto impulsa a los estudiantes a ser autónomos y proponer soluciones innovadoras, así como a pensar de manera crítica. El trazo de figuras mediante la construcción de un armonógrafo representa un problema ideal para ser resuelto utilizando STEAM. El estudiante debe ir más allá de la teoría, entrando al terreno práctico, dejando de ser un receptor pasivo de información para convertirse en un ente activo que colabora en equipo y realiza propuestas de solución a la vez que evalúa las de sus compañeros.

La metodología ABP (Aprendizaje Basado en Problemas) es aplicable particularmente en los proyectos desarrollados para la materia de mecánica, en donde los alumnos usan la parte teórica impartida con el proceso enseñanza-aprendizaje tradicional para después buscar la profundización del conocimiento [4], [5]. En esta parte, los alumnos además de emplear su pensamiento crítico también desarrollaron el aprendizaje y trabajo colaborativo.

En este trabajo, a los alumnos se les orientó para desarrollar por equipos un prototipo donde pudieran visualizar las figuras de Lissajous. Esto les permitió usar la imaginación para idear máquinas o experimentos en los que se involucró el conocimiento ingenieril y el posible uso de tecnología. En la creación de prototipos se les animó a considerar el cuidado del planeta, por lo que se les indicó usar materiales reciclados, generando un valor agregado a sus creaciones. Esta estrategia también permitió que los alumnos desarrollaran el aspecto artístico del diseño o la modificación de los aparatos propuestos por otras personas [3]. Una vez creadas y redactadas las propuestas, se les asesoró con el fin de que pudieran construir los prototipos y que iniciaran algunas pruebas de estos para realizar ajustes, modificaciones o mejoras.

En esta fase, se buscó que cada equipo realizara experimentos que, al compararlos con la teoría científica y apoyados en el uso de las matemáticas, pudieran llevar a cabo cálculos que les permitieran verificar la eficacia

de sus aparatos. La mayoría de los alumnos optó por comparar las figuras de Lissajous, descritas en diversos textos de mecánica básica [6], [7], [8], con los resultados experimentales obtenidos a partir de sus prototipos. De este modo, se fomentó una actividad basada en el enfoque STEAM [1], [9], que además motivó a los alumnos trabajar a manera colaborativa, disfrutar del proceso e incluso divertirse al participar en un proyecto que les permitió desarrollar habilidades mentales, críticas, manuales y artísticas.

El objetivo de estas propuestas investigativas es reforzar la comprensión del tema estudiado —el péndulo simple y el oscilador armónico simple— desde una perspectiva práctica y experimental. Esto se logra trabajando en equipos de forma colaborativa y cooperativa, siguiendo las diversas etapas del Aprendizaje Basado en Problemas y familiarizando a los alumnos con la metodología STEAM. Esta técnica y metodología permite a los estudiantes resolver problemas mediante la generación de prototipos, potenciar su creatividad y demostrar mayor independencia, ya que la construcción de su pensamiento crítico les ayuda a realizar mejoras progresivas en proyectos cada vez más complejos.

Después de la revisión teórica en clase sobre el oscilador armónico simple, se planteó a los estudiantes preguntas para reflexionar sobre cómo aplicar el conocimiento adquirido en situaciones de la vida real y su utilidad práctica. Como parte de esta actividad, se les propuso construir un armonógrafo utilizando materiales sencillos y preferentemente reciclados. La primera tarea consistió en investigar sobre armonógrafos existentes y su funcionamiento, para lo cual los estudiantes recurrieron principalmente a vídeos. Posteriormente, se les solicitó presentar una propuesta de construcción basada en alguno de los vídeos investigados.

La creación de los prototipos desde cero ayudó a los estudiantes a fortalecer su autoestima en relación con la comprensión de la teoría. Comenzaron a experimentar con diferentes variables, como los ángulos, la longitud de los hilos, los tipos de materiales y el ajuste de distancias, lo que les permitió explorar diversas configuraciones. En los casos en que los estudiantes mencionaron que la teoría les resultaba confusa o compleja, el enfoque del Aprendizaje Basado en Problemas les permitió aprender de manera práctica sobre las figuras de Lissajous [10] y su relevancia en la astronomía como herramienta para comprender los movimientos oscilatorios.

El estudio del movimiento armónico simple (MAS), al igual que muchos conceptos de la física, puede abordarse de manera tradicional y teórica [6], [7]. No obstante, en programas de estudios de reciente creación, como la Licenciatura en Astronomía de la Universidad Autónoma de Sinaloa, el principal desafío en México radica en integrar experiencias empíricas y experimentales generadas directamente en el aula. La enseñanza de conceptos físicos demanda un enfoque multidisciplinario y transdisciplinario. La educación en áreas STEAM permite a los docentes fomentar la innovación mediante técnicas de Aprendizaje Basado en Proyectos, lo que facilita una mejor comprensión de los conceptos por parte de los estudiantes. Además, promueve el desarrollo del pensamiento crítico y habilidades prácticas, como la construcción de maquetas y prototipos, para llevar a cabo experimentos [1], [2], [3], [4], [5], [9], [10].

El movimiento armónico simple (MAS) es un concepto fundamental en la física debido a sus numerosas aplicaciones en diversos campos, incluida la astronomía. En la mecánica celeste, los movimientos oscilatorios describen fenómenos como las vibraciones de las estrellas, las órbitas de los planetas y la dinámica de los sistemas binarios [11, p. 142], [12]. Por ejemplo, el análisis de las oscilaciones en estrellas variables, como las Cefeidas, permite a los astrónomos calcular distancias estelares a través de la relación periodo-luminosidad. Asimismo, variantes del oscilador armónico simple (OAS), como el oscilador armónico amortiguado y el oscilador armónico forzado, son esenciales para comprender sistemas en los que las fuerzas externas y la resistencia desempeñan un papel determinante [13].

Después de implementar un par de programas piloto en la materia de Mecánica Clásica durante el ciclo escolar 2023-2024, se evidenció una mejora significativa en la comprensión de conceptos y habilidades prácticas de los estudiantes [14]. Este enfoque no solo refuerza conceptos de mecánica newtoniana, sino que también fomenta habilidades prácticas y analíticas en los estudiantes, proporcionando una experiencia de aprendizaje integral y aplicada.

El péndulo ha sido objeto de estudio durante siglos y su análisis ha contribuido significativamente al desarrollo de la física y otras disciplinas científicas. Aunque no existe evidencia directa de que los antiguos griegos estudiaran el péndulo tal como lo entendemos hoy, realizaron observaciones sobre movimientos oscilatorios.

Según Mach [15, p. 8], los primeros estudios cualitativos sobre este tipo de movimientos pueden remontarse a la antigua Grecia, donde filósofos como Aristóteles reflexionaron sobre la naturaleza del movimiento [15], [16]. Galileo Galilei (1564-1642) fue el primero en realizar un estudio sistemático del péndulo. En 1583 observó que el periodo de oscilación de un péndulo permanece aproximadamente constante, independientemente de la amplitud, lo que dio origen al principio de isocronismo. Esta observación la realizó mientras contemplaba el balanceo de una lámpara en la Catedral de Pisa [15].

Christiaan Huygens (1629-1695) construyó el primer reloj de péndulo en 1656, basándose en el principio de isocronismo descubierto por Galileo. Su trabajo *Horologium Oscillatorium* (1673) no solo presentó el diseño del reloj de péndulo sino que también formuló la teoría matemática del movimiento del péndulo, incluyendo la derivación de la fórmula del periodo de oscilación [17]. Jules Antoine Lissajous (1822-1880) es conocido por su estudio de las figuras que llevan su nombre, las cuales resultan de la combinación de dos movimientos armónicos simples perpendiculares. En 1857, Lissajous utilizó espejos montados en diapasones para crear figuras de Lissajous, demostrando visualmente la interacción de frecuencias angulares y fases diferentes [7]. Léon Foucault (1819-1868) utilizó un péndulo en 1851 para demostrar la rotación de la Tierra. El péndulo de Foucault, instalado en el Panteón de París, mostró que el plano de oscilación del péndulo rota con el tiempo debido a la rotación de la Tierra, proporcionando una prueba visual impresionante de este fenómeno [18].

El péndulo simple es un sistema físico idealizado que consiste en una masa puntual suspendida de un hilo que es inextensible y carente de masa. La ecuación del movimiento para un péndulo simple, bajo la aproximación de pequeñas oscilaciones, es:

$$\theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}} t\right) \quad (1)$$

donde $\theta(t)$ es el ángulo en función del tiempo, θ_0 es el ángulo inicial, g es la aceleración debida a la gravedad y l es la longitud del péndulo.

El periodo T del péndulo simple se calcula como sigue:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (2)$$

donde T es el periodo, l es la longitud del péndulo y g es la aceleración debida a la gravedad [19]. Para encontrar la frecuencia angular (ω), el cálculo se realiza de la siguiente manera:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (3)$$

Una de las aplicaciones más exitosas y que sigue siendo tecnológicamente relevante del péndulo simple son los relojes de péndulo, inventados por Huygens en 1656 [17], [18], [20], [21]. Estos relojes revolucionaron la medición del tiempo con una precisión sin precedentes en el siglo XVII. El principio de isocronismo, que garantiza que el periodo de un péndulo es independiente de la amplitud de la oscilación, permitió a los relojeros diseñar mecanismos capaces de mantener un tiempo constante, superando significativamente la precisión de los relojes de peso anteriores [22].

Además de su uso en relojes, el estudio del péndulo ha tenido aplicaciones importantes en campos como la astronomía, la geofísica, la ingeniería y la educación:

- En astronomía, el péndulo ha sido utilizado para la medición de longitudes geográficas y estudios de la gravedad.
- En geofísica, el péndulo de Foucault demostró la rotación terrestre.
- En ingeniería, los péndulos se utilizan para el análisis de vibraciones y el control de estructuras oscilantes.
- En educación, el péndulo es una herramienta pedagógica fundamental para ilustrar principios de la física clásica y la dinámica.

Las ecuaciones (1) y (2) representan relaciones matemáticas obtenidas de manera empírica. Sin embargo, con el desarrollo avanzado de las matemáticas, se logró formular una ecuación diferencial ordinaria para describir el movimiento del péndulo simple de manera cuantitativa. Una de las expresiones más conocidas, que comúnmente se aborda desde una perspectiva teórica en la enseñanza, es la siguiente:

$$\theta'' + \frac{g}{l} \sin(\theta) = 0 \quad (4)$$

La ecuación (4), bajo la suposición de pequeñas oscilaciones, tiene como solución general la ecuación (1), presentada anteriormente.

Una vez conocido el péndulo simple, se trabajó en una generalización de los movimientos oscilatorios, buscando deducir el caso general del movimiento armónico simple.

Newton, quien ya había formulado las leyes de la mecánica, incluyendo la segunda ley en términos de una ecuación diferencial de segundo orden, consideró como una formulación válida a la ecuación que es una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden, cuyas soluciones para el caso de un Oscilador Armónico Simple en dos dimensiones se describen a continuación. El movimiento en cada eje x e y se describe mediante las ecuaciones:

$$x(t) = A_x \sin(\omega_x t + \phi_x) \quad (5)$$

$$y(t) = A_y \sin(\omega_y t + \phi_y) \quad (6)$$

donde A_x y A_y son las amplitudes en los ejes correspondientes, las cuales indican qué tan lejos llega la oscilación respecto al punto de equilibrio y dependen de la energía inicial aplicada al sistema; ω_x y ω_y son las frecuencias angulares en los ejes x e y , respectivamente, como se indica en la ecuación (3), y representan la cantidad de oscilaciones por unidad de tiempo que realiza el sistema; t es el tiempo; y ϕ_x y ϕ_y son las fases iniciales en los ejes x e y , respectivamente, las cuales describen la posición inicial del sistema [16].

II. METODOLOGÍA

La metodología incluyó una combinación de técnicas experimentales y teóricas para asegurar una comprensión integral de los conceptos involucrados en el oscilador armónico simple en 2D.

La construcción de prototipos como una de las etapas intermedias del ABP en general requiere de lo siguiente:

I. Materiales:

- Marcos o soportes.
- Péndulos ajustables en dos ejes perpendiculares.
- Superficie de dibujo y pluma.

II. Principios Físicos: Para conocer el comportamiento del OAS puede construirse un armonógrafo. Este funciona mediante la interacción de dos movimien-

tos armónicos simples en ejes perpendiculares, donde las oscilaciones se generan con frecuencias específicas que determinan la forma de las figuras resultantes, conocidas como figuras de Lissajous, las cuales se usan para estudiar la resonancia y la relación entre las frecuencias angulares de los movimientos. Los componentes clave y las ecuaciones utilizadas son las ecuaciones (5) y (6).

III. Diseño, construcción y adquisición de datos: se utilizó un enfoque cualitativo y cuantitativo para el análisis de datos. Los estudiantes realizaron los siguientes pasos:

- **Diseño experimental:** Los estudiantes diseñaron y construyeron los prototipos siguiendo las especificaciones proporcionadas en clase y otras opciones que investigaron por su cuenta.
- **Recopilación de datos:** Se recopilaron datos observacionales sobre los patrones generados por los prototipos, registrando las variaciones en las figuras de Lissajous con diferentes ajustes que fueron de amplitud, frecuencia angulares y fase.
- **Técnicas de observación:** se implementaron técnicas de medición directa, registro fotográfico y de vídeo para documentar las figuras de Lissajous obtenidas durante los experimentos.
- **Análisis de datos:** los datos fueron analizados para identificar cómo los diferentes parámetros (amplitud, frecuencia y fase) influyen en la formación de las figuras de Lissajous. Se utilizaron técnicas de análisis gráfico y sustitución de parámetros en las ecuaciones del periodo y frecuencia angular o en las ecuaciones (4) y (5), dependiendo del prototipo. Como ejemplo de resultados se muestra la [Tabla 1](#), donde se calculan el periodo y la frecuencia angular en base a la longitud.

TABLA 1
MEDICIÓN DEL PARÁMETRO LONGITUD PARA CALCULAR PERIODO Y FRECUENCIA CON LAS ECUACIONES (2) Y (3)

LONGITUD (m)	PERIODO (s)	FRECUENCIA (Hz)
0.285	1.071	5.863
0.253	1.003	6.269
0.201	0.897	7.000
0.154	0.777	8.082

Cada uno de los tres proyectos presentados se estructuró en dos etapas principales: la construcción del prototipo

po y la observación de las figuras de Lissajous generadas por el dispositivo. Durante el proceso, se llevaron a cabo mediciones de los parámetros que controlan las oscilaciones, con el propósito de resaltar la importancia y validez de aplicar la teoría revisada en clase.

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los estudiantes lograron construir prototipos funcionales y generar diversas figuras de Lissajous. Al realizar mediciones durante el experimento, lograron conectar la práctica con la teoría y comprendieron la importancia de conocer las ecuaciones del movimiento del péndulo para describir y analizar los resultados experimentales.

Al inicio, se observó que la mayoría de los estudiantes tendía a buscar experimentos realizados por otros autores en plataformas digitales, como resultado de la instrucción de investigar prototipos conocidos para generar figuras de Lissajous. Sin embargo, los estudiantes reconocieron que, en algunos casos, no contaban con los materiales exactos que se mencionaban en las fuentes consultadas o que estas no proporcionaban instrucciones completas para construir los prototipos.

Al solicitarles que, en la medida de lo posible, elaboraran prototipos con materiales reciclables o de bajo costo, además de proponer alguna innovación en su diseño experimental, los estudiantes exploraron diversas opciones para facilitar la construcción, evitando simplemente comprar las piezas. Esto les permitió contrastar sus propuestas con los modelos encontrados, comprobando que sus diseños, incluso con materiales diferentes, funcionaban igual o mejor.

Asimismo, los estudiantes se enfrentaron a retos e implicaciones que no siempre se especifican en vídeos, páginas web, blogs, libros o artículos, pero que lograron resolver de manera creativa. Además, mostraron interés en evitar que los prototipos fueran idénticos entre equipos y algunos comenzaron a plantearse dudas sobre la variación de más parámetros que otros, enriqueciendo aún más su proceso de aprendizaje.

El desarrollo de los proyectos permitió evidenciar la profundidad del aprendizaje de los estudiantes. Fue notable cómo pasaron de un conocimiento teórico, que en ocasiones resultaba poco claro, a un entendimiento más profundo gracias al enfoque de Aprendizaje Basado en Proyectos y a la implementación de la metodología STEAM.

Prototipo I: armonógrafo, péndulo que oscila bajo un modelo mecánico. En la [Figura 1](#) se observa cómo la estructura de madera sostiene un tubo con un plumón que se posiciona por arriba de una placa que se encuentra sostenida con cuatro cuerdas sobre las que actúa la gravedad, sobre la placa se pondrán hojas o placas donde se dibujarán las figuras de Lissajous.



Figura 1. Prototipo de armonógrafo, placa detenida por cuatro cuerdas. A la izquierda se observa el dispositivo que sostiene perpendicularmente un tubo al que se le acopla un plumón. Con el permiso del autor .

En la [Figura 2](#) se presenta uno de los trazos generados por el armonógrafo. Al compararlo visualmente con las figuras de Lissajous ([Figura 12-25](#), en [\[7, p. 366\]](#)), se observa que el patrón es muy similar al obtenido cuando la relación entre las frecuencias angulares en los ejes x e y de la ecuación (3) es de 1:3, y la diferencia de fases es de $3\pi/4$.



Figura 2. Figura de Lissajous obtenida utilizando el prototipo I. Con permiso del autor.

Conclusión: los alumnos concluyeron que las trazos obtenidos del experimento concuerdan con las figuras de Lissajous encontradas en la literatura, provenientes del uso de un péndulo debido a su comportamiento como OAS.

Prototipo II: oscilador simple. En la [Figura 3](#) se observa cómo dos bancos de plástico sostienen una madera o tubo del cual cuelga, mediante una cuerda, una botella de PET cortada. A esta botella se le vierte pintura o un material que pueda marcar el papel o cartulina que se posicionará debajo. De esta manera, se plasmarán las líneas que forman las figuras de Lissajous, las cuales se generan por el efecto de la gravedad al impulsar el péndulo formado por el hilo y la botella.



Figura 3. Prototipo de oscilador simple, la masa del péndulo está representada por una botella con pintura diluida y que cuelga de un hilo sostenido de un tubo o palo. En el piso se observa un material donde se imprimen las figuras dependiendo del ángulo que se le dé al péndulo. Con el permiso del autor.

En la [Figura 4](#) se presenta uno de los trazos generados por el péndulo simple. Al compararlo con las figuras de Lissajous [\[9\]](#), se observa que el patrón es muy similar al obtenido cuando la relación entre las frecuencias angulares en los ejes x e y es de 1:4, con una diferencia de fases de 0° .

En este prototipo, los alumnos se preguntaron ¿qué pasaría con el periodo y la frecuencia cuando la longitud del cable fuese distinta?

Conclusión: los alumnos reconocieron que entre menor era la longitud de la cuerda, el periodo disminuía, por lo que el movimiento armónico solo dependía de la longitud del péndulo y el valor de la gravedad. También dedujeron que ese modelo les permitió entender mejor

cómo es que la gravedad de los planetas y satélites naturales actúa para establecer sus órbitas, además de notar que dos péndulos de distinta masa pero igual longitud debieran tener un mismo periodo.

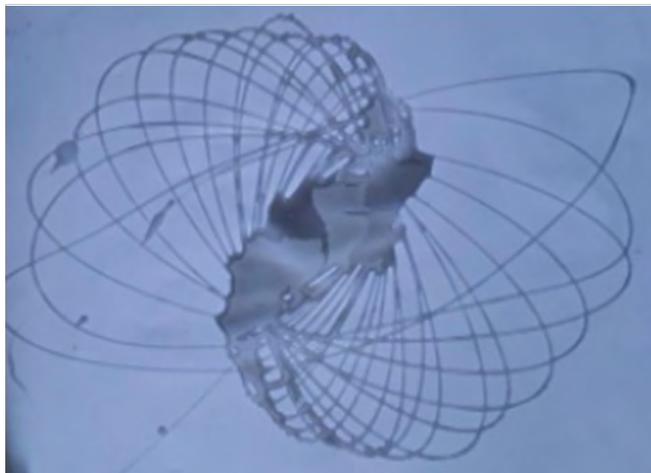


Figura 4. Figura de Lissajous obtenida al usar el prototipo II. Con el permiso del autor.

Prototipo III: armonógrafo, oscilador armónico en 2D. En la Figura 5 se observa cómo dos poleas se unen a brazos de madera y las poleas se unen por una banda. Además, a cada polea se le realizaron tres orificios desde el centro hacia las orillas, ubicados a distancias de 1 cm, 3.5 cm y 6 cm.



Figura 5. Prototipo de armonógrafo: oscilador armónico en 2D, placas giratorias acopladas por una cuerda. En la parte superior se observa el dispositivo que sostiene perpendicularmente un plumón. Con el permiso del autor.

Las poleas se fijaron a un brazo de madera rectangular y a cada polea se le coloca un brazo de madera en alguno de los tres orificios. Los brazos de madera se unieron en

el otro extremo y en esa unión se acoplaron con un tubo de plástico con tinta. Debajo de la unión de los brazos de madera se posicionó una libreta donde se dibujaron las figuras de Lissajous.

En la Figura 6 se muestran tres imágenes obtenidas por el prototipo III. En 6a), el brazo izquierdo se posicionó en el último orificio (nivel 3) y el brazo derecho en el nivel 2, el brazo que se movió fue el de la derecha, la relación fue 3:2 y el tiempo en movimiento fue de 40 s. En 6b) y 6c) se movió el brazo izquierdo: en 6b), este se situó en el nivel 1 y en 6c) en el nivel 3, mientras el brazo derecho se posicionó en el nivel 2. La relación en 6b) fue de 3:1 durante 30 s. En 6c), se mantuvo oscilando durante 40 s.



Figura 6. Tres figuras de Lissajous generadas utilizando el prototipo III. En el inciso a) se detallan las especificaciones de frecuencia y tiempo. Con permiso del autor.

Conclusión: las jóvenes expresaron principalmente su emoción durante la realización del prototipo, además de mencionar que los armonógrafos de dos dimensiones pueden tener resultados pocos satisfactorios en caso de no tener cuidado con el manejo de las poleas y de la construcción. Además, reconocieron la importancia del tipo de materiales y el diseño para poder replicar las figuras de Lissajous.

Los estudiantes lograron construir prototipos funcionales y generar diversas figuras de Lissajous, aunque en algunos casos tuvieron problemas para ajustar algunas de las secciones o partes de su experimento.

IV. CONCLUSIONES

Los alumnos lograron reforzar sus conocimientos, además de sentirse motivados a explorar una mejora en la comprensión de la teoría física con el uso de las matemáticas y el apoyo de desarrollos tecnológicos y sus aplicaciones.

Se observa que el trabajo colaborativo, implementado mediante la técnica de Aprendizaje Basado en Proyectos, no solo permitió a los estudiantes repasar el concepto de oscilador armónico simple, sino también comprender las variables involucradas en el trazado de los patrones de las figuras de Lissajous.

Los estudiantes ampliaron sus conocimientos y practicaron sus habilidades en el ámbito de STEAM, logrando relacionar la teoría con la práctica y fortaleciendo así su pensamiento crítico. También, integraron conceptos de física, matemáticas e ingeniería durante el desarrollo de los prototipos.

En una primera exposición, en la que cada equipo presentó un avance del 60 % de su prototipo, se generaron oportunidades para que todos los equipos implementaran mejoras y resolvieran problemas en sus diseños.

Además, enfrentaron el desafío de crear prototipos que no solo fueran funcionales, sino también visualmente atractivos. Esto lo lograron al combinar diferentes texturas y colores de los materiales disponibles. También asumieron el reto de realizar presentaciones que mantuvieran limpio el salón de clases y no afectaran a los asistentes durante las demostraciones.

Del prototipo I, los alumnos mejoraron en su asimilación y fusión entre teoría y práctica de conceptos de la mecánica.

En el caso del prototipo II, los alumnos lograron una alta asimilación de los conceptos y se consiguió que relacionaran los conceptos con aplicaciones a la astronomía.

En lo que respecta al prototipo III, las jóvenes mostraron mayor emoción y una participación activa en la apropiación del conocimiento.

Los resultados abren la posibilidad de considerar una siguiente etapa en la que los estudiantes utilicen las Tecnologías de la Información y la Comunicación para

reproducir las figuras de Lissajous. En esta fase se buscará fomentar el uso de lenguajes de programación o software matemático, incentivando a los alumnos a explorar herramientas digitales para complementar su aprendizaje.

Para finalizar, se observó que la implementación de técnicas de ABP a nivel licenciatura permite no solo reforzar los conocimientos previos de los alumnos, sino también los apoya a desarrollar habilidades en materia de STEAM e incrementar sus habilidades blandas como pueden ser exposición y sus expresiones corporales frente a colegas, retroalimentación de grupo, liderazgos, resolución de problemas y trabajo en equipo, entre otras.

Cabe resaltar que un aspecto destacable del proyecto fue la apropiación del conocimiento mostrado en los resultados finales y las figuras generadas por sus prototipos, reflejan que ha logrado un mejor entendimiento de los conceptos planteados en la clase teórica. El nivel de apropiación del conocimiento es un claro indicador del éxito de la estrategia pedagógica implementada.

REFERENCIAS

- [1] J. W. Bequette y M. B. Bequette, "Art Integration and the STEAM Initiative: A Symbiotic Relationship", *Art Education*, vol. 65, n.º 2, pp. 40-44, 2012.
- [2] C. F. Quigley y D. Herro, *An Educator's Guide to STEAM: Engaging Students Using Real-World Problems*. Nueva York, NY, EUA: Teachers College Press, 2019.
- [3] D. C. Sickler-Voigt, *STEAM Teaching and Learning Through the Arts and Design*. Nueva York, NY, EUA: Routledge, 2023.
- [4] J. Barell, *Problem-Based Learning: An Inquiry Approach*, 2.ª ed. Thousand Oaks, CA, EUA: Corwin Press, 2007.
- [5] A. Walker, H. Leary y C. Hmelo-Silver, eds., *Essential Readings in Problem-Based Learning: Exploring and Extending the Legacy of Howard S. Barrows*. West Lafayette, IN, EUA: Purdue University Press, 2015.
- [6] D. Halliday, R. Resnick y J. Walker, *Fundamentals of Physics*, 7.ª ed. Nueva York, NY, EUA: Wiley, 2002.
- [7] M. Alonso y E. Finn, *Physics*, 1.ª ed. Reading, MA, EUA: Addison-Wesley, 1992.

- [8] J. B. Marion y S. T. Thornton, *Classical Dynamics of Particles and Systems*, 5.ª ed. Belmont, CA, EUA: Brooks Cole, 2003.
- [9] G. Yakman, “STEAM Education: An Overview of Creating a Model of Integrative Education”, en *Proceedings of the Pupils’ Attitudes Toward Technology Conference*, Netherlands, 2008.
- [10] J. R. Savery y T. M. Duffy, “Problem-Based Learning: An Instructional Model and Its Constructivist Framework”, *Educational Technology*, vol. 35, n.º 5, pp. 31-38, 1995.
- [11] J. Binney y S. Tremaine, *Galactic Dynamics* (Princeton Series on Astrophysics). Princeton, NJ, EUA: Princeton University Press, 2008.
- [12] J. L. Meriam y L. G. Kraige, *Engineering Mechanics: Dynamics*, 6.ª ed. Nueva York, NY, EUA: Wiley, 2008.
- [13] P. A. Tipler y G. Mosca, *Physics for Scientists and Engineers*, 6.ª ed. Nueva York, NY, EUA: Freeman, 2008.
- [14] R. Stallings, “Harmonographs: Using the build-design process to improve functionality”, en *2017 12th International Conference on Computer Science and Education (ICCSE)*, 2017, pp. 314-318, doi: [10.1109/ICCSE.2017.8085509](https://doi.org/10.1109/ICCSE.2017.8085509).
- [15] E. Mach, *The Science of Mechanics: A Critical and Historical Account of Its Development*. La Salle, IL, EUA: Open Court Publishing, 1893.
- [16] J. G. Landels, *Engineering in the Ancient World*. Berkeley, CA, EUA: University of California Press, 1978.
- [17] C. Huygens, *Horologium Oscillatorium*. París, Francia: publicación propia, 1673.
- [18] J. B. L. Foucault, *Démonstration physique du mouvement de rotation de la terre au moyen du pendule*. París: Bachelier, 1851.
- [19] H. D. Young y R. A. Freedman, *University Physics with Modern Physics*, 14.ª ed. Boston, MA, EUA: Pearson, 2015.
- [20] A. E. Bell, “The Horologium Oscillatorium of Christian Huygens”, *Nature*, vol. 148, pp. 245-248, 1941, doi: [10.1038/148245a0](https://doi.org/10.1038/148245a0).
- [21] J. A. Lissajous, *Mémoire sur l'étude optique des mouvements vibratoires*. París: Mallet-Bachelier, 1857.
- [22] D. Kleppner y R. Kolenkow, *An Introduction to Mechanics*, 2.ª ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2014.